

**SUBA num plano inclinado**  
**Rolando pelo monte abaixo**

**Introdução**

Procura-se neste trabalho estudar o movimento num plano inclinado de cilindros com diferentes momentos de inércia, e determinar momentos de inércia vários, usando o [SUBÓDROMO](#). Considere sempre que os rolos não deslizam - isto é, que descem pelo plano inclinado **rolando sem deslizar**.

As experiências a realizar são as associadas ao 'SUBA DESCENDO', para diferentes configurações.

Para obter mais informações sobre o funcionamento do subódromo, consulte o respectivo [site](#).

**Momentos de Inércia**

O Momento de Inércia de um objecto em torno de um eixo de rotação, é uma quantidade aditiva, composta pela soma (ou integração) das contribuições dos vários componentes que constituem o objecto.

Os objectos a utilizar neste trabalho são cilindros ôcos ou maciços, porcas, anilhas, e composições destes. O momento de inércia em torno do eixo de rotação comum a todos os objectos - o eixo longitudinal do cilindro exterior, por ex - tem apenas três formas possíveis:

$$\frac{1}{2} MR^2$$

- cilindro maciço (parafuso interior):  $\frac{1}{2} MR^2$ , em que M é a massa do parafuso (sem a porca a ele ligada), e R é aproximadamente o raio médio da secção circular transversal do parafuso.

$$\frac{1}{2} M \frac{R_{ext}^4 - R_{int}^4}{R_{ext}^2 - R_{int}^2}$$

- cilindro ôco (quase todos os outros objectos, menos as porcas):  $\frac{1}{2} M \frac{R_{ext}^4 - R_{int}^4}{R_{ext}^2 - R_{int}^2}$ , em que M é a massa do cilindro ôco,  $R_{ext}$  e  $R_{int}$  são respectivamente os raios exterior e interior da secção transversal do cilindro.

$$\frac{M}{6AL - \pi R^2} [3AE^3 + A^3L - \pi R^4]$$

- porcas (hexagonais):  $\frac{M}{6AL - \pi R^2} [3AE^3 + A^3L - \pi R^4]$ , em que M é a massa da porca, R é o raio interior médio da secção transversal da porca, A é metade do tamanho de uma aresta, e L é metade do diâmetro exterior mínimo da secção transversal da porca.

**Equipamento**

**SUBÓDROMO**

1 base: plano inclinado por onde deslizará o carrinho, incluindo parafuso motorizado que permite regular a altura inicial e o ângulo de descida.

Vários cilindros: cilindros que se podem juntar, com diferentes massas, dando origem a objectos com diferentes momentos de inércia. Possibilidade de ajuste da massa (usando um tubo enroscado, anilhas e porcas), para obter cilindros com o mesmo momento de inércia e diferentes massas, e cilindros com a mesma massa e diferentes momentos de inércia.

1 cabo de sinal

1 extensão de ligação eléctrica

1 osciloscópio

Este guia experimental

Os dados relativos aos cilindros e seus componentes são os seguintes (os diâmetros dizem respeito às secções transversais dos objectos, e nalguns casos referem-se a valores médios):

Objectos	Diâmetros		Comprimento (mm)	Massa (kg)
	interior (mm)	exterior (mm)		
Parafuso interior (8)	0	5,50	202,0	0,036 kg
Rodas exteriores (*)	6,00	41,40~48,9	1,5+3,0	0,0124 kg
Roda exterior peqª.	11,02	26,10	3,91	0,0021 kg
Porcas pequenas	5,50	10,0-11,50	4,0	0,0021 kg

Cilindro exterior	41,40	45,40	180,0	0,1125 kg
Cilindro exterior	41,40	45,40	184,0	0,115 kg
Cilindro exterior	41,40	45,40	188,0	0,118 kg
Cilindro interior 1	36,50	40,00	168,5	0,315 kg
Tampas (*)	5,50	36,50	10,0	2x0,013 kg
Cilindro interior 2	26,85	33,45	170,0	0,420 kg
Tampas (*)	5,50	26,85	10,0	2x0,0075 kg
Cilindro interior 3	22,00	27,50	170,0	0,280 kg
Tampas (*)	5,50	22,00	10,0	2x0,0047 kg
Cilindro enroscado	5,50	15,00	170,0	0,180 kg
Porcas grandes	14,62	23,80-27,78	12,55	0,0296 kg
Anilhas	17,20	29,70	2,85	0,010 kg

(<sup>&</sup>)incluindo  
(\* )em plexiglas

a

porca

pequena

colada

### Procedimento experimental

#### **Experiência A**

Se não estiver já, coloque a rampa com uma inclinação média...

#### **1. Determine a inclinação do plano.**

Altura no ponto mais baixo	Altura no início	Comprimento do plano
Estimativa do ângulo (graus) :		

#### **2. Objectivo 1:**

Determinação do momento de inércia do cilindro vazio (só camada exterior).

Usando os dados do cilindro, calcule o respectivo momento de inércia...

Estime a aceleração que o cilindro deve ter, para a inclinação calculada anteriormente, considerando sempre que o cilindro rola sem deslizar. Em particular, estime a velocidade que o cilindro deve ter em diferentes pontos do percurso.

Aceleração esperada ( $m/s^2$ ) : Velocidades esperadas, em diferentes pontos do percurso:																						
<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Coordenadas dos pontos (m):</th> <th>Velocidades médias nesses pontos (m/s):</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1:</td> <td>inicial -</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2:</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3:</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4:</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5:</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>6:</td> <td>final -</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		Coordenadas dos pontos (m):	Velocidades médias nesses pontos (m/s):	1:	inicial -		2:			3:			4:			5:			6:	final -		
	Coordenadas dos pontos (m):	Velocidades médias nesses pontos (m/s):																				
1:	inicial -																					
2:																						
3:																						
4:																						
5:																						
6:	final -																					

Ligue a extensão eléctrica a uma tomada e o 'SUBÓDROMO' a essa tomada. Ligue o cabo de sinal ao canal-1 (CH-1) do osciloscópio digital.

Ligue o osciloscópio e para começar seleccione:

- tempo com 250 ms/div.,
- canal-1 com 1 V/div.

Seleccione 'trigger' e

- 'Modo: Normal',
- 'Origem: Canal-1',

- 'Tipo: Borda',
- 'Inclinação: Subida',
- 'Acoplam. CC' e
- 'Nível: 360 mV'.

Coloque o cilindro vazio no cimo do plano inclinado, seleccione 'Single seq.', largue o cilindro. Contar o número de picos e comparar com o número de sensores.

Ajustando as escalas de tempo (time/div) e de tensão, tente medir a amplitude média do sinal.

**Meça os tempos entre picos sucessivos**, para os primeiros picos (velocidade inicial) e para os últimos (velocidade final), e nos pontos escolhidos em cima.

**Meça o tempo total que leva o cilindro a descer a rampa.**

Amplitude do sinal( V ) :		
Aceleração medida, média ( $m/s^2$ ) :		
Velocidades médias medidas em diferentes pontos do percurso, e tempo total:		
	Coordenadas dos pontos (m):	Velocidades médias nesses pontos (m/s):
1:	inicial -	
2:		
3:		
4:		
5:		
6:	final -	
Tempo total a descer a rampa:		

Compare os resultados obtidos com os esperados. Determine o momento de inércia do cilindro e compare com o valor calculado anteriormente. Comente...

### 3. Objectivo 2:

Determinação do momento de inércia máximo. Coloque dentro do cilindro vazio, o cilindro com maior massa (cilindro massivo).

Usando os dados dos cilindros, calcule o respectivo momento de inércia total...

Estime a aceleração que o cilindro deve ter, para a inclinação calculada anteriormente, considerando que rola sem deslizar. Em particular, estime a velocidade que o cilindro deve ter em diferentes pontos do percurso.

Aceleração esperada ( $m/s^2$ ) :		
Velocidades esperadas, em diferentes pontos do percurso:		
	Coordenadas dos pontos (m):	Velocidades médias nesses pontos (m/s):
1:	inicial -	
2:		
3:		

4:		
5:		
6:	final -	

Ligue a extensão eléctrica a uma tomada e o 'SUBÓDROMO' a essa tomada. Ligue o cabo de sinal ao canal-1 (CH-1) do osciloscópio digital.

Ligue o osciloscópio e para começar seleccione:

- tempo com 250 ms/div.,
- canal-1 com 1 V/div.

Selecione 'trigger' e

- 'Modo: Normal',
- 'Origem: Canal-1',
- 'Tipo: Borda',
- 'Inclinação: Subida',
- 'Acoplam. CC' e
- 'Nível: 360 mV'.

Coloque o cilindro vazio no cimo do plano inclinado, seleccione 'Single seq.', largue o cilindro.

Contar o número de picos e comparar com o número de sensores.

Ajustando as escalas de tempo (time/div) e de tensão, tente medir a amplitude média do sinal.

**Meça os tempos entre picos sucessivos**, para os primeiros picos (velocidade inicial) e para os últimos (velocidade final), e nos pontos escolhidos em cima.

**Meça o tempo total que leva o cilindro a descer a rampa.**

Amplitude do sinal( V ) :		
Aceleração medida, média ( $m/s^2$ ) :		
Velocidades médias medidas em diferentes pontos do percurso, e tempo total:		
	Coordenadas dos pontos (m):	Velocidades médias nesses pontos (m/s):
1:	inicial -	
2:		
3:		
4:		
5:		
6:	final -	
Tempo total a descer a rampa:		

Compare os resultados obtidos com os esperados. Determine o momento de inércia do cilindro e compare com o valor calculado anteriormente. Comente...

Esperava que o cilindro 'massivo' descesse mais depressa ou mais devagar que o cilindro 'vazio' ? Justifique. Compare os valores obtidos para ambos os casos. Comente...

## Experiência B

### 1. Objectivo 1:

Variação do momento de inércia do cilindro, mantendo as massas.

Coloque porcas e anilhas no eixo enroscado, até perfazer a massa total do sistema cilindro 'massivo', colocando então o eixo enroscado dentro do cilindro oco ( $\Rightarrow$  cilindro 'enroscado').

Usando os dados do cilindro, das porcas e das anilhas, calcule o respectivo momento de inércia total...

Estime a aceleração que este cilindro 'enroscado' deve ter, para a inclinação calculada anteriormente, considerando sempre que o cilindro rola sem deslizar. Em particular, estime a velocidade que o cilindro deve ter em diferentes pontos do percurso.

Aceleração esperada ( $m/s^2$ ) :		
Velocidades esperadas, em diferentes pontos do percurso:		
	Coordenadas dos pontos (m):	Velocidades médias nesses pontos (m/s):
1:	inicial -	
2:		
3:		
4:		
5:		
6:	final -	

Ligue a extensão eléctrica a uma tomada e o 'SUBÓDROMO' a essa tomada. Ligue o cabo de sinal ao canal-1 (CH-1) do osciloscópio digital.

Ligue o osciloscópio e para começar seleccione:

- tempo com 250 ms/div.,
- canal-1 com 1 V/div.

Seleccione 'trigger' e

- 'Modo: Normal',
- 'Origem: Canal-1',
- 'Tipo: Borda',
- 'Inclinação: Subida',
- 'Acoplam. CC' e
- 'Nível: 360 mV'.

Coloque o cilindro vazio no cimo do plano inclinado, seleccione 'Single seq.', largue o cilindro.

Contar o número de picos e comparar com o número de sensores.

Ajustando as escalas de tempo (time/div) e de tensão, tente medir a amplitude média do sinal.

**Meça os tempos entre picos sucessivos**, para os primeiros picos (velocidade inicial) e para os últimos (velocidade final), e nos pontos escolhidos em cima.

**Meça o tempo total que leva o cilindro a descer a rampa.**

Amplitude do sinal( V ) :		
Aceleração medida, média ( $m/s^2$ ) :		
Velocidades médias medidas em diferentes pontos do percurso, e tempo total:		
	Coordenadas dos pontos (m):	Velocidades médias nesses pontos (m/s):
1:	inicial -	
2:		
3:		
4:		
5:		
6:	final -	

Tempo total a descer a rampa:	
-------------------------------	--

Compare os resultados obtidos com os esperados. Determine o momento de inércia do cilindro e compare com o valor calculado anteriormente. Comente...

Compare os valores de massa e de momentos de inércia entre o cilindro 'enroscado' e o cilindro 'massivo', bem como os respectivos tempos de descida e velocidades finais. Qual é que demorou menos tempo a percorrer o plano inclinado ? Era isso que estava à espera ? Justifique e comente...

### 3. Objectivo 2:

Variação das massas do cilindro, mantendo o momento de inércia.

Coloque porcas e anilhas no eixo enroscado, até perfazer o momento de inércia total do sistema cilindro 'massivo' (ou tão próximo quanto possível), colocando então o eixo enroscado dentro do cilindro oco ( $\Rightarrow$  cilindro 'enroscado').

Usando os dados do cilindro, das porcas e das anilhas, calcule a respectiva massa.

Estime a aceleração que este cilindro 'enroscado' deve ter, para a inclinação calculada anteriormente, considerando sempre que o cilindro rola sem deslizar. Em particular, estime a velocidade que o cilindro deve ter em diferentes pontos do percurso.

Aceleração esperada ( $m/s^2$ ):	
----------------------------------	--

Velocidades esperadas, em diferentes pontos do percurso:

	Coordenadas dos pontos (m):	Velocidades médias nesses pontos (m/s):
1:	inicial -	
2:		
3:		
4:		
5:		
6:	final -	

Ligue a extensão eléctrica a uma tomada e o 'SUBÓDROMO' a essa tomada. Ligue o cabo de sinal ao canal-1 (CH-1) do osciloscópio digital.

Ligue o osciloscópio e para começar seleccione:

- tempo com 250 ms/div.,
- canal-1 com 1 V/div.

Seleccione 'trigger' e

- 'Modo: Normal',
- 'Origem: Canal-1',

- 'Tipo: Borda',
- 'Inclinação: Subida',
- 'Acoplam. CC' e
- 'Nível: 360 mV'.

Coloque o cilindro 'enroscado' no cimo do plano inclinado, seleccione 'Single seq.', largue o cilindro. Contar o número de picos e comparar com o número de sensores.

Ajustando as escalas de tempo (time/div) e de tensão, tente medir a amplitude média do sinal.

**Meça os tempos entre picos sucessivos**, para os primeiros picos (velocidade inicial) e para os últimos (velocidade final), e nos pontos escolhidos em cima.

**Meça o tempo total que leva o cilindro a descer a rampa.**

Amplitude do sinal( V ) :		
Aceleração medida, média ( m/s <sup>2</sup> ) :		
Velocidades médias medidas em diferentes pontos do percurso, e tempo total:		
	Coordenadas dos pontos (m):	Velocidades médias nesses pontos (m/s):
1:	inicial -	
2:		
3:		
4:		
5:		
6:	final -	
Tempo total a descer a rampa:		

Compare os resultados obtidos com os esperados. Determine o momento de inércia do cilindro e compare com o valor calculado anteriormente. Comente..

Compare os valores de massa e de momentos de inércia entre o cilindro 'enroscado' e o cilindro 'massivo', bem como os respectivos tempos de descida e velocidades finais. Qual é que demorou menos tempo a percorrer o plano inclinado ? Era isso que estava à espera ? Justifique e comente...