

## O contador de energia Aron

Quando em 2015 começámos com a ideia de criar o Museu Faraday do IST, a equipa de voluntários começou a procurar equipamentos elétricos antigos que merecessem tratamento museológico. Em diversos locais tivemos surpresas com os vários equipamentos achados. Uma das surpresas aconteceu no Laboratório de Eletrotécnica e Medidas Elétricas onde encontrámos um armário fechado, há muito tempo, com mais de duas dezenas de contadores de energia, muito antigos e surpreendentes em termos dos princípios de funcionamento e da qualidade de construção usada no seu fabrico.

A equipa do Museu selecionou alguns desses contadores para fazer um painel de exposição onde pudessem ser apreciados a funcionar. Restaurámos alguns destes contadores de modo a salientar o seu princípio de funcionamento, mas também a beleza dos seus mecanismos e das caixas que os envolviam.



Fig. 1 – Museu Faraday, pesquisa sobre contadores de energia antigos; seleção e preparação de contadores.

Um dos contadores que mais atraiu a nossa atenção foi o contador de corrente contínua Aron, pois era completamente diferente de todos os outros.

Numa pesquisa sobre o contador de Aron, a equipa verificou que tinha sido inventado em 1882 pelo cientista alemão Hermann Aron (1845 – 1913), que resolveu seguir uma carreira empresarial baseada na sua nova invenção.

Hermann Aron nasceu e cresceu na Alemanha no seio de uma modesta família judaica. Este facto jogou várias vezes contra Aron na sua evolução como professor e cientista de Física.

Em outubro de 1867, com 22 anos, Aron completou os seus estudos secundários e inscreveu-se em medicina na Universidade de Berlim, onde permaneceu um ano. Depois mudou-se para a faculdade de filosofia onde estudou física, matemática e química. Em 1870, estudou em Heidelberg, onde frequentou os célebres seminários do professor Gustave Kirchhoff (1824-1887) sobre matemática-física. Aron estudou também com o matemático Leo Königsberger (1837-1921), que foi o autor da Biografia detalhada (em 3 volumes) de Hermann von Helmholtz (1837-1921).

Em 1873, sob orientação de Kirchhoff, Aron apresentou a dissertação baseada no estudo matemático da teoria da elasticidade, que tinha sido proposta por Kirchhoff em 1858/59. Aron foi contratado como professor assistente no laboratório de física da Universidade.

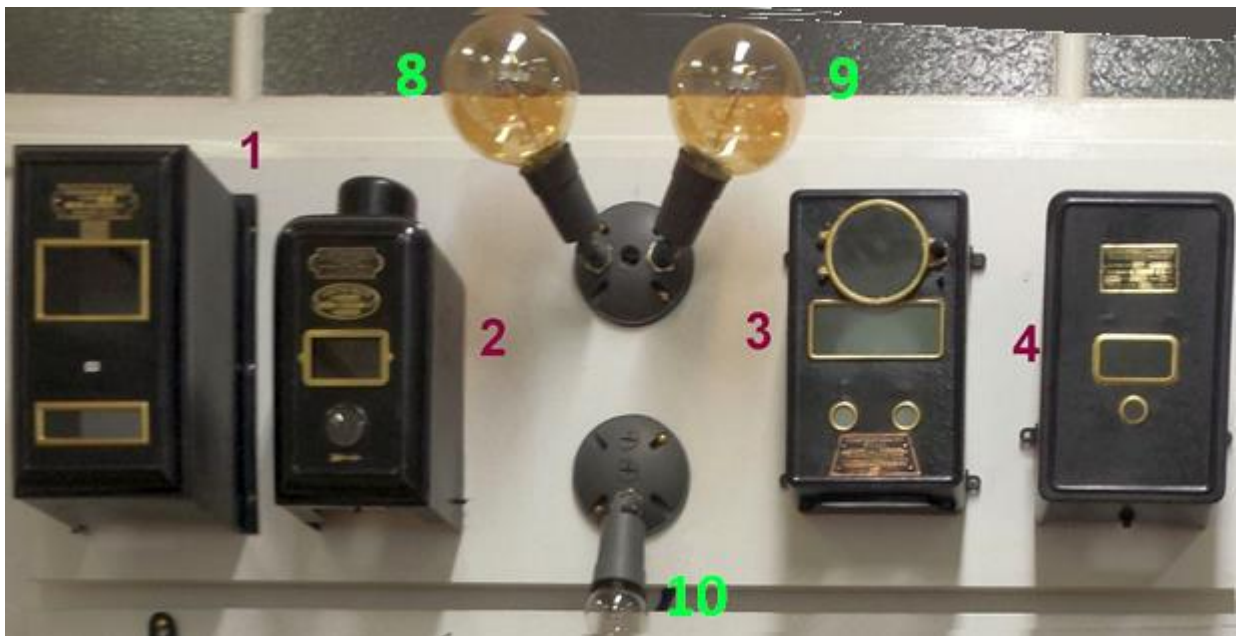


Fig. 2 - Museu Faraday; o painel de contadores de energia

- |  |                                |
|--|--------------------------------|
| 1 - DC 220 V 20 A Aron;                  | 2 - 2x 220 V 30 A;             |
| 3 - DC 440 V 5 A;                        | 4 - 2x 220 V 30 A;             |
| 5 - DC 220 V 5 A;                        | 6 - DC 110 V a 220 V 10 A;     |
| 7 - 3 x 110 V 10 A, 50 Hz, Landis & Gyr; | 8, 9 e 10 - Lâmpadas de carga. |

Aron teve contribuições muito importantes em baterias de armazenamento de energia e patenteou várias invenções, entre as quais um novo tipo de contador de energia elétrica, mais preciso que os existentes<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> <https://www.mpiwg-berlin.mpg.de/Preprints/P370.PDF>.

Em 1888, Aron foi nomeado como professor titular.

### As invenções de Hermann Aron

Aron, ainda muito jovem, fez melhoramentos, que patenteou, em várias baterias conhecidas, nomeadamente na bateria de chumbo de Gaston Planté (1834-1889), que tinha sido inventada em 1859 e que demonstrou ser a primeira bateria recarregável com utilidade prática.

Nesta época os geradores elétricos mais usados eram os dínamos, já com alguma potência, mas que tinham dificuldade em manter a estabilidade da tensão quando lhes era pedido um pico intenso de corrente. O procedimento usual para obviar esta dificuldade era colocar baterias em paralelo com os dínamos, mas estas degradavam-se muito rapidamente. Aron, nos seus estudos, visava aumentar não só a longevidade das baterias, mas também incrementar a sua capacidade de armazenamento de energia. Pensa-se que foi aqui que Aron, por necessidade, se motivou para criar um novo tipo de medidor de energia e também um novo tipo de relógio elétrico, ferramentas que eram importantes para medir a capacidade de carga das baterias.

Em 1882, Aron tentou usar o contador químico de energia desenvolvido por Edison mas verificou que além de ser pouco prático<sup>2</sup> era pouco preciso, nomeadamente na situação de baixa energia consumida.

Em 1883, Aron inventou o seu contador de energia que, na época, era o mais preciso.

### A veia empresarial de Aron

Em 1888 o contador de Aron foi introduzido em Inglaterra por Hugo Hirst (1863-1943), fundador da [General Electric Company](#).

Em 1890, Hermann Aron fundou a empresa Aron em Paris.

Aron reduziu o seu tempo de lecionação na universidade para apenas uma hora por semana, em modo pro bono, para se dedicar às suas empresas.

Em 1891, Aron patenteia um novo medidor de energia trifásico, baseado em apenas dois wattímetros (duas medidas de potência), tomando uma das fases como referência das tensões. Esta invenção é extremamente importante e designa-se por [“Método Aron”](#). Permite calcular as potências: aparente, ativa e reativa de cargas trifásicas equilibradas (balanceadas) ou não, com topologias em estrela ou triângulo, sem condutor ou ponto neutro acessível, como sucede na maioria das redes de Distribuição em Média Tensão<sup>3</sup>.

Em 1893, Aron criou uma fábrica em Londres.

Em 1895, Aron deixou a lecionação na Universidade, mas continuou a lecionar Física na Escola de Artilharia e Engenharia Militar até 1910.

Em 1897, Aron criou uma fábrica na Áustria e abriu outra na Alemanha, em Schweidnitz na Silésia.

Em 1912, o filho de Hermann Aron, Manfred Aron (1884-1967), tomou conta das empresas da família sobre medidores de energia.



Fig. 3 – Museu Faraday  
Contador de energia Aron.

<sup>2</sup> - Neste Contador, baseado nas Leis de Faraday da galvanoplastia, era necessário pesar dois elétrodos de uma célula eletroquímica para estimar o valor da energia consumida.

<sup>3</sup> - De acordo com o Prof. Pinto de Sá do IST, as redes de Média Tensão nunca têm condutor de neutro (exceção para a América do Norte).



Em 1913, Hermann Aron faleceu.

Em 1926, Manfred Aron abriu o negócio às tecnologias de rádio, que estavam em rápido crescimento, produzindo produtos com a marca Nora (Aron escrito ao contrário). A marca Nora atingiu um prestígio considerável na [indústria da Rádio](#), chegando a ser a quarta maior empresa alemã na área.

As empresas Aron tinham nesta data cerca de 1000 funcionários.

Em 1933, depois da subida de Hitler ao poder, a vida para as empresas de origem judaica ficou muito complicada e a empresa Nora mudou o nome para Heliowatt, de aparência menos judaica.

Mas, em 1935, a empresa [Siemens-Schuckert](#) comprou a empresa de Aron dedicada aos medidores de energia.

Depois da 2ª guerra mundial, a marca Nora reapareceu na indústria da Rádio, onde se manteve até 1996.

No século 19, Aron é considerado um [caso raro de sucesso de cientistas](#) que fizeram ciência na universidade e passaram desta para a indústria, fundando a sua própria empresa em 1883.

Aron patenteou o seu medidor de energia em junho de 1884 e, em dezembro do mesmo ano, patenteou um novo tipo de relógio elétrico. Estas duas invenções viriam a ser a base para o desenvolvimento de contadores de energia mais precisos.

No outono de 1885, em Berlim, num concurso para a compra de contadores de energia, destinados à iluminação de um bairro com lâmpadas de filamento alimentadas a corrente contínua. A proposta apresentada por Aron foi a escolhida. Aron apresentou o seu novo tipo de medidor de energia, mais preciso, vencendo uma proposta feita por Thomas Edison. Aron vendeu, assim, as primeiras 100 unidades do seu medidor de energia aos serviços de distribuição de eletricidade de Berlim.

### A energia elétrica consumida

No final do século XIX, a energia elétrica mais comumente usada era a proporcionada por geradores de corrente contínua, nomeadamente pelos dínamos, que tinham sido anteriormente desenvolvidos por Anyos Jedlik (1800-1895) em 1861 e por Werner von Siemens (1816-1892) em 1867. Estes dínamos viriam a ser melhorados pelas [invenções de Gramme \(1826-1901\)](#) em 1882.

A primeira aplicação industrial da corrente contínua foi na galvanoplastia, mas a iluminação elétrica viria a ser mais importante. A iluminação das cidades começou por ser feita com candeeiros que queimavam óleo, depois por candeeiros de gaz canalizado e, finalmente, por candeeiros de lâmpadas elétricas (de [arco voltaico](#) e de filamento).

Em Lisboa, no ano de 1889, a primeira [iluminação pública da Avenida da Liberdade](#) foi feita por 18 lâmpadas de arco voltaico de 2000 velas<sup>4</sup> e por 300 lâmpadas elétricas de filamento sendo 200 lâmpadas de 16 velas (com filamento de carbono) e 110 lâmpadas de 32 velas (com filamento metálico)<sup>5</sup>. No resto da cidade persistiu a iluminação com gaz mas com a formação da [CRGE](#) (Companhias Reunidas de Gaz e Eletricidade) a iluminação da cidade passou a ser feita com as duas tecnologias e, em 1902, abriu-se o mercado da iluminação elétrica às casas particulares. Em Lisboa, no ano de 1909 já havia cerca de 1300 casas iluminadas a eletricidade e estas casas foram equipadas com contadores de energia.

<sup>4</sup> - A vela correspondia a luz emitida por uma vela de estearina. Depois de várias mudanças na norma da unidade de iluminação, esta passou a designar-se por candela. Em 1979, definiu-se a vela (candela) por: *É a intensidade luminosa, numa dada direção, de uma fonte que emite uma radiação monocromática de frequência  $540 \times 10^{12}$  hertz e que tem uma intensidade radiante nessa direção de  $1/683$  watt por estereorradiano.* Para ter uma ideia prática, uma lâmpada de filamento com 40 W produz cerca de 33 candelas.

<sup>5</sup> - A ideia de iluminar as ruas de Lisboa foi de Pina Manique (intendente da polícia), no reinado de D. Maria I. Em 1878 foram inaugurados seis candeeiros elétricos no largo do Chiado.

Depois da invenção do motor de indução por Nikola Tesla (1856-1943), começaram a aparecer as redes de distribuição de energia em corrente alternada. De qualquer modo a energia elétrica para ser vendida teria de ser “contada/medida” de forma precisa.

A energia elétrica retirada da rede elétrica por um utilizador durante um certo tempo  $t = t_2 - t_1$  é função da tensão de alimentação  $U$  e da intensidade  $I$  da corrente consumida.

$$W = \int_{t_1}^{t_2} U I dt.$$

Sendo a tensão  $U$  das redes constante (110 V ou 220 V, por exemplo), a energia consumida é:

$$W = U \int_{t_1}^{t_2} I dt = UQ.$$

Em que  $Q$  é a carga elétrica transportada no intervalo de tempo  $t$ .

A maior parte dos contadores de energia é baseada na medida do tempo  $t$ , da carga  $Q$  ou da potência elétrica.

### A evolução dos contadores de energia

Em 1872, nos EUA, Samuel Gardiner desenvolveu um medidor de horas de utilização de lâmpadas elétricas chamado de “*Lamphour Meter*”, mas que apenas media o tempo (*US Patent #132569*). As lâmpadas existentes tinham uma resistência de filamento muito baixa e tinham de ser ligadas em série, pelo que um único contador podia medir o consumo total de uma instalação. Com as [inovações de Swam e Edison na lâmpada elétrica](#), produzindo filamentos de elevada resistência elétrica, as lâmpadas passaram a ser usadas em paralelo e este contador deixou de fazer sentido.

Em 1881, [William Ayrton](#) (1847-1908) e John Perry (1850-1920), GB/EUA, autores do primeiro carro/triciclo elétrico em 1880, idealizaram um medidor de energia baseado num pêndulo mecânico, mas desconhece-se se foi realizado. Ayrton trocou [muita correspondência com Elihu Thomson](#) sobre medidores elétricos.

Em 1882, nos EUA, quando Edison (1847-1931), começou a querer vender energia de corrente contínua, gerada por dínamos localizados na sua estação de Pearl Street em Nova Iorque, Edison não dispunha de contadores de energia para medir a eletricidade que os seus clientes consumiam tendo fornecido a energia gratuitamente durante cerca de um ano. [Edison desenvolveu métodos](#) que mantinham a tensão da rede contínua constante em 110 V. Bastaria, portanto, medir a carga  $Q$  consumida pelo utilizador para poder calcular a energia consumida.

Dotado de uma notável mente criativa, Edison começou em 1880 a procurar a solução para medir a carga  $Q$ , usando as conhecidas leis da galvanoplastia que tinham sido estabelecidas por Faraday. De acordo com estas leis, numa célula eletroquímica com eléctrodos metálicos, excitada com corrente contínua, existe uma transferência de material de um eléctrodo para o outro, sendo a massa transferida proporcional à carga elétrica que atravessa a célula. Edison patenteou várias alterações ao [seu contador químico](#).

Através de uma pequena resistência em série com o circuito do utilizador, Edison retirava uma pequena queda de tensão contínua que alimentava a célula eletroquímica. Em seguida, pesava os dois eléctrodos da célula eletroquímica num dado instante de verificação da instalação e, passado algum tempo, voltava a pesar os dois eléctrodos para poder determinar o valor da energia consumida. No Museu Faraday do IST existe



Fig. 4 – Contador Químico, Museu Faraday.

um contador químico que é uma [réplica do contador de Edison](#)<sup>6</sup>. O medidor de Edison não oferecia resultados fiáveis e os utilizadores reclamavam muito.

No princípio da década de 1880, nos EUA, Elihu Thomson (1853-1937) desenvolveu um medidor químico semelhante ao de Edison, mas que usava um eletrólito de sulfato de zinco, que permitia que o contador funcionasse muito melhor. Edison começou imediatamente a usar o medidor de Thomson<sup>7</sup>.

Em 1883, o alemão Hermann Aron propôs um contador de energia baseado no pêndulo mecânico, desconhecendo as ideias anteriores de Ayrton e Perry.

Em 1884, o francês Lucian Gaulard (1850-1888) e o inglês John Dixon Gibbs (1834-1912) revistaram o transformador básico de Faraday e inventaram o “gerador secundário”, precursor do transformador moderno. Esta invenção abriu caminho para o uso generalizado da corrente alternada em detrimento da corrente contínua.

Em 1885, três húngaros, Károly Zipernowsky (1853-1942), Ottó Titusz Bláthy (1860-1939) e Miksa Déri (1854-1938) patentearam novas técnicas de realização de transformadores que os tornaram muito mais eficientes.

Em 1885, a Westinghouse comprou a patente do transformador de Gaulard e de Gibson e William Stanley (1858-1916) aperfeiçoou o projeto destes transformadores. George Westinghouse (1846-1914) também comprou as patentes AC de Nikola Tesla. Abriu-se o caminho vitorioso da energia AC.

Em 1885, [Galileo Ferraris](#) (1847-1897), (I), descobriu que dois campos magnéticos alternados desfasados criavam um campo magnético girante que podia fazer rodar um disco ou um cilindro condutor, tendo proposto o medidor de energia por indução eletromagnética. O binário resistente ao binário motor é feito por um magneto permanente que atua sobre o disco / cilindro.

Em 1888, Edward Weston (1850-1936) desenvolveu um medidor de energia do tipo galvanómetro de bobina móvel com ímã permanente que se tornou a base dos medidores de corrente, de tensão e de potência usados, quase até aos dias de hoje. Weston [é também conhecido](#) pelas primeiras aplicações industriais de dínamos, das suas pilhas padrão e dos medidores precisos de intensidade luminosa.

Em 1888, Oliver Shallenberger (1760-1898), da Westinghouse, EUA, foi um dos grandes defensores do uso da corrente alternada, tendo desenvolvido um medidor de corrente alternada baseado no seu motor de indução (pat. US449003A). O binário resistente ao motor eletromagnético é feito por um ventilador de pás. O contador indica numericamente o valor do consumo da energia elétrica.

Em 1888, Nikola Tesla também descobriu o campo magnético girante e, com ele, criou novos motores de indução de elevada potência.

Em 1889, Ottó Bláthy, desenvolve o primeiro medidor quilowatt-hora patentado (Alemanha nº 52.793, EUA nº 423.210).



Fig. 5 – Ferraris-1º motor de campo girante.

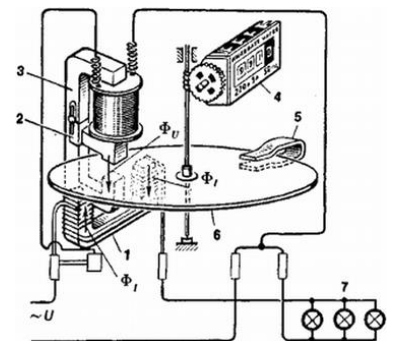


Fig. 6 - Ferraris, contador de indução.  
1- Solenoide atuado por corrente  
3- Solenoide atuado por tensão  
4- Contador (integrador)  
5- Travão de disco

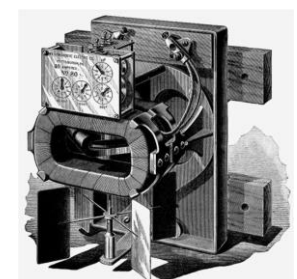


Fig. 6 – Shallenberger, contador de indução.

<sup>6</sup> - Esta réplica do Contador químico de Edison, do Museu Faraday, abriu a exposição “[Contadores de Histórias](#)” organizada pelo Arq. Joaquim Moreno a [pedido do MAAT](#) e que esteve aberta no Museu da Eletricidade desde 24/4/2021 até 7/3/2022.

<sup>7</sup> - Edison e Elihu acabaram por colaborar e formar a empresa General Electric.

Em 1889, Elihu Thomson (EUA/ GE) propôs um contador de corrente contínua, com motor calculador de força – rotor acionado por tensão e estator acionado por corrente.

Em 1890, começou a revolução da corrente alternada, AC, com vantagens claras sobre a corrente contínua. São utilizados os novos tipos de contador de energia de corrente alternada.

Em 1890, Elihu Thomson continuou a melhorar os medidores elétricos. Thomson trabalhou com energia AC desde a década de 1870 e acumulou uma grande experiência nesta área.

Em 1890, O *International Electrical Congress*, IEC, criou as normas para regular a medição de eletricidade e a contagem da energia. Começa aqui a verdadeira corrida aos medidores de energia, [ver](#) e [ver](#).

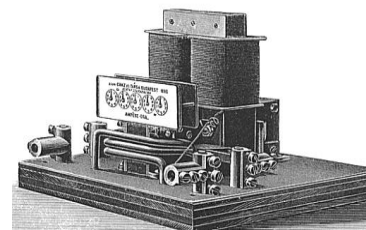


Fig. 7 - Ottó Bláthy, contador de indução.

### O medidor de energia de Aron

Aron já tinha experimentado o contador químico de Edison, mas achou que era pouco prático e muito impreciso e, por isso, seguiu um princípio diferente e que se mostrou ser bastante mais promissor.

Aron baseou o seu medidor na medida de tempos. Usou o mais exato sistema de medida de tempo conhecido na época, o pêndulo associado a um relógio de precisão.

Aron começou pelo contador de pêndulo simples, Fig. 8. O pêndulo termina num ímã permanente que oscila sobre uma bobina percorrida pela corrente  $I$  consumida.

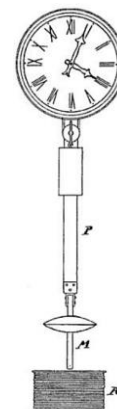


Fig. 8 - Modelo básico do contador Aron.

A corrente  $I$  vai diminuir o período de oscilação do relógio e o tempo marcado será inferior ao tempo real. Aron teve de considerar a introdução de outro relógio para obter o tempo real, chegando ao contador de pêndulo duplo, Fig. 10.

### A teoria do medidor de Aron

O período de oscilação de um pêndulo depende da massa (força) aplicada no seu prumo  $P$ , O modelo prático de Aron está representado na Fig. 8.

O número  $n_0$  de oscilações do pêndulo observado num intervalo de tempo  $t$  é dado por

$$\frac{n_0}{t} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{PL}{J}}$$

Em que  $J$  é o momento de inércia da estrutura,  $P$  é o peso, produto da massa pela aceleração da gravidade,  $g$ , e  $L$  é a distância entre o eixo de rotação do pêndulo e o seu centro de massa.

O momento de inércia,  $J$ , admitindo que toda a massa estaria concentrada em  $M$  seria:

$$J = mL^2.$$

O pêndulo, ao oscilar, troca energia gravítica potencial com energia cinética, Fig. 9.

Numa primeira versão do contador, Aron dotou a extremidade do prumo do pêndulo de um material magnetizado (ímã permanente) e estudou um modelo teórico em que uma corrente elétrica a passar num

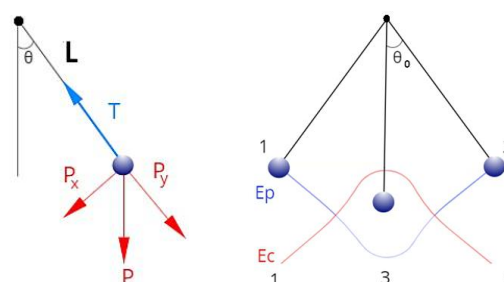


Fig. 9 - Forças sobre um pêndulo e energias: potencial e cinética.

solenóide poderia criar um campo magnético e interagir com o ímã, acrescentando uma nova força, que faria variar o período de oscilação do pêndulo.

Sempre que for percorrido por uma corrente  $I$ , o eletromagneto  $R$ , cria um campo magnético que interage com o magneto permanente  $M$ , aplicando uma força de travagem ou de aceleração no prumo  $P$ , alterando o período de oscilação do pêndulo, Fig. 8.

Aron previu que o atraso ou avanço do pêndulo deveria ser aproximadamente proporcional à carga elétrica que passou na bobina (integração da corrente no tempo).

Para determinar este atraso/avanço bastaria comparar os tempos com o de um relógio exatamente igual que não fosse alterado pela corrente  $I$ .

Quando é aplicada uma força magnética resultante da corrente  $I$  que interatua com o ímã do pêndulo o novo número de oscilações  $n_1$ , medido no tempo  $t$ , será:

$$\frac{n_1}{t} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{PL + \alpha H * I}{J}}$$

Em que  $H$  é o momento do ímã do pêndulo e  $\alpha$  é uma constante que depende da relação eletromagnética entre a bobina e o ímã do pêndulo.

Num modelo mais avançado desenvolvido por Aron, os dois relógios foram combinados num mecanismo diferencial que proporciona a informação exata da carga elétrica que passou na bobina, Fig. 10.

Relacionando as duas equações pode concluir-se que a carga  $Q = I * t$

$$n_1 = n_0 \sqrt{1 + I/C}$$

Desenvolvendo em série de Taylor e aproveitando os primeiros termos

$$n_1 \cong n_0 \left( 1 + \frac{I}{2C} - \frac{I^2}{8C^2} \right)$$

Em que a constante  $C$  é:

$$C = \frac{PL}{\alpha H}$$

A carga elétrica  $Q$  que passa na bobina é, aproximadamente:

$$2C(n_1 - n_0) = Q \left( 1 - \frac{I}{4C} \right);$$

O termo  $\frac{I}{4C}$  em face de 1 é um termo de erro que pode ser minimizado através do dimensionamento de  $C$ .

Assim, a energia consumida pelo utilizador num dado intervalo de tempo  $t_2-t_1$ , é dada por:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} U * I * dt = V \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt = U * Q \cong U * 2C(n_1 - n_0)$$

Como a tensão da rede é considerada constante, 110 V por exemplo, a energia consumida é proporcional à diferença  $(n_1-n_0)$  de impulsos registada pelo mecanismo de relojoaria dos dois relógios.

Devido à aproximação efetuada o erro do contador poderia atingir 2,5% o que tornaria o contador impraticável. Aron trabalhou intensamente em técnicas para corrigir este erro.

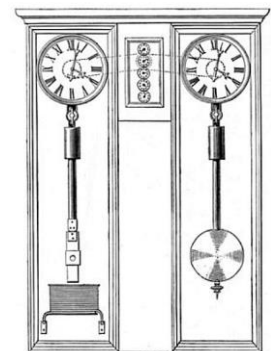


Fig. 10 - Modelo diferencial do contador Aron.



Depois de várias experiências tentando validar os modelos teóricos dos corretores de precisão que desenvolveu, Aron chegou à conclusão experimental de que, se em vez do íman permanente usasse um aço duro, o magnetismo induzido temporariamente pela bobina resolveria o problema de linearidade do contador. Assim aconteceu efetivamente: no laboratório Aron obteve a precisão de 0,2 % para o contador numa gama de relações de correntes máxima e corrente mínima de 1:24.

### A venda dos primeiros contadores

No ano de 1885, abriu em Berlim a primeira central de distribuição de energia, três anos depois de isto acontecer em Londres e em Nova Iorque, onde Edison tinha fornecido contadores de energia.

Aron submeteu o seu medidor ao primeiro concurso para a compra de 100 contadores de energia destinados ao fornecimento de energia a um quarteirão de casas do município de Berlim. Edison foi o concorrente, que propôs contadores mais baratos, mas que eram menos precisos. Aron ganhou o concurso e vendeu os primeiros 100 contadores de energia na Alemanha.

O contador de Aron era, de facto, muito preciso, mas era muito complicado, delicado e caro. O seu custo andava por volta de dois salários mensais médios de um trabalhador na indústria alemã.

A primeira versão do contador de Aron não tinham em conta as variações da tensão de alimentação,  $U$ , enquanto os contadores concorrentes que começaram a aparecer e que eram baseados em motores de corrente contínua, como o que se representa na Fig. 10 (contador nº 6 do painel da Fig. 2), davam uma informação que dependia do produto da tensão  $U$  pela corrente  $I$ , embora fossem menos precisos eram muito mais simples e baratos.

Nestes contadores baseados no motor de corrente contínua, a corrente consumida pelo utilizador passa pelas bobinas  $L_{11}$  e  $L_{12}$ , criando um campo magnético indutor. A tensão de alimentação,  $U$ , é diretamente aplicada ao enrolamento induzido,  $L_{ind}$ , gerando uma corrente que cria um campo magnético que é proporcional à tensão  $U$ . O binário de força motora que resulta da interação destes dois campos magnéticos é proporcional ao produto  $U \cdot I$  e acelera o rotor do motor. O disco metálico  $T$  gera um binário resistente ao mover-se no campo magnético criado pelo íman permanente, criando um efeito de travão. A velocidade de rotação do rotor estabiliza quando os dois binários se igualarem. É esta velocidade de rotação que incrementa o mostrador numérico do contador que indica a energia consumida.

### Aron e a correção das variações da tensão de alimentação

Aron trabalhou muito na melhoria da precisão do contador; usou vários truques para poder corrigir erros estáticos, elétricos e mecânicos. Os contadores concorrentes tinham em conta a variação da tensão de alimentação da rede, característica que o contador de Aron não tinha.

Para resolver este problema Aron substituiu a necessidade de uso de materiais magnéticos no pêndulo e associou a cada pêndulo uma bobina percorrida por uma corrente proporcional à tensão  $U$  de alimentação ( $L_{v1}$  e  $L_{v2}$ ), Fig. 11.

Quando Aron introduziu no contador as bobinas solenoidais  $L_{v1}$  e  $L_{v2}$ , excitadas com uma corrente  $I_{l0}$  dependente da tensão  $U$  de entrada,

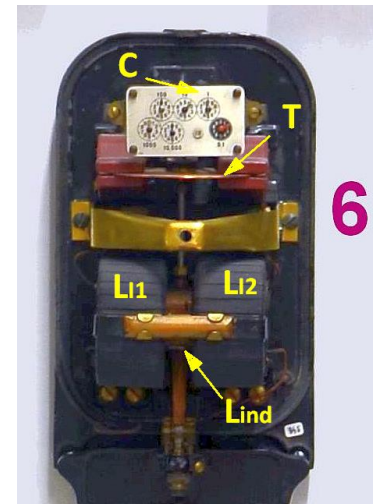


Fig. 10 – Contador de motor DC.

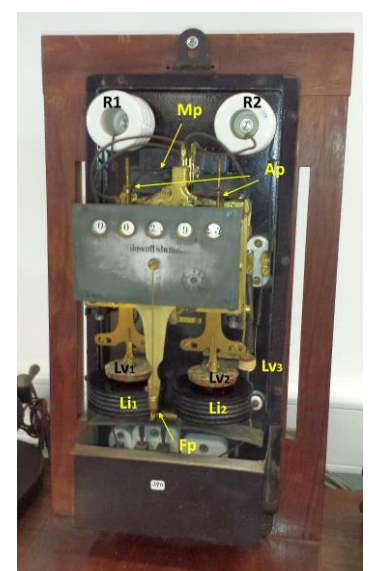


Fig. 11 – Contador Aron no MF.

acrescentou uma força magnética de atração / repulsão,  $F_m$ , Fig. 12, sobre os pêndulos e esta atrasará / adiantará os pêndulos mudando a sua frequência de oscilação.

Quando não há corrente  $I$  ou tensão  $U$ , a força magnética  $F_m$  será nula e os pêndulos oscilarão com a mesma frequência (frequência nominal) e atuarão sobre o **contador diferencial mecânico**, que não atualizará os números indicados no visor do contador. Estando a tensão  $U$  sempre aplicada ao contador só haverá contagem se houver corrente  $I$  nas bobinas de corrente  $L_{i1}$  e  $L_{i2}$ . Aqui será gerada uma força magnética  $F_m$  proporcional ao produto de  $U$  por  $I$ , ou seja, proporcional à potência consumida pela carga; os pêndulos oscilarão com um desvio de frequência relativamente à frequência nominal (um pêndulo acelera, o outro trava) que é proporcional a esta potência, atuando sobre o relógio diferencial que faz mover os dígitos do mostrador (operação de integração).

O medidor de pêndulo duplo de Aron foi um dos primeiros medidores de eletricidade realmente precisos e foi o primeiro verdadeiro medidor de “Watt-Hora”. O princípio fundamental assenta em que o movimento de dois pêndulos iguais é retardado pelas correntes proporcionais à corrente consumida pelo utilizador pelas duas grandes bobinas condutoras de corrente  $L_{i1}$  e  $L_{i2}$ , Fig. 11.  $F_m$  depende, também, proporcionalmente ao valor da tensão de alimentação  $U$ .

À medida que a corrente de alimentação aumenta, o período de oscilação aumenta proporcionalmente e isso é usado para calcular o número de unidades de eletricidade a ser cobrado. Os dois pêndulos atuam dois relógios independentes e cada um tem o mecanismo de escape de Graham<sup>8</sup>, (considerado muito preciso e eficiente) que contam o número de oscilações feitas pelo pêndulo.

A diferença de movimento (modo diferencial para eliminar erros), é contada e mostrada no visor numérico.

Os primeiros medidores de Aron tinham motor de corda manual, para compensar as perdas mecânicas da oscilação dos pêndulos, mas foram rapidamente substituídos por modelos alimentados diretamente pela rede elétrica, resultantes da sua outra invenção de relógios elétricos.

O medidor contém um solenoide com núcleo de ferro que periodicamente impulsiona os pêndulos, designado por  $M_p$  (motor de pulso) e assim evita o uso do mecanismo de corda manual, Fig. 11.

Estes medidores de pêndulo tinham elevada precisão, mas foram produzidos durante poucos anos, pois acabaram por ser substituídos por contadores bastante mais baratos e simples, nomeadamente pelo medidor de “disco” ou “roda” que se tornou dominante quando a distribuição de energia elétrica por corrente alternada começou a ter preponderância face à distribuição por corrente contínua.

### O contador do Museu Faraday

O contador de Aron existente no Museu Faraday estava calibrado para a tensão contínua de 220 V e uma corrente máxima de 20 A. A corrente máxima poderá ser aumentada pela ligação externa de uma resistência em paralelo, *shunt*, com o circuito de medida de corrente. Na descrição que se segue, refere-se a Fig. 11 e o esquema elétrico simplificado representado na Fig. 13.

Os dois relógios do contador recebem energia diretamente da tensão de alimentação,  $U$ , através do motor de impulso,  $M_p$ , que enrola momentaneamente uma mola de lâmina de aço, com um período de cerca de 30 s

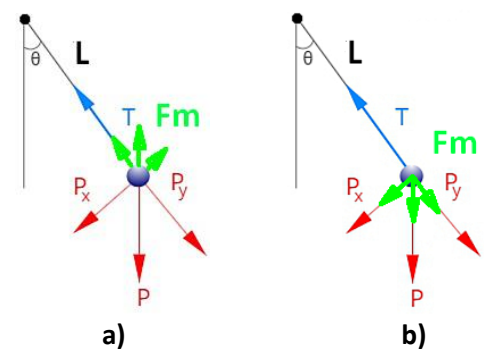


Fig. 12 - Força magnética,  $F_m$ , criada no pêndulo.  
a) - pela interação da bobina  $L_{v1}$  com  $L_{i1}$ ;  
b) - pela interação da bobina  $L_{v2}$  com  $L_{i2}$ .

<sup>8</sup> - O mecanismo de escape é uma peça fundamental num relógio mecânico. É ele que permite contar apenas um impulso sem quase roubar energia ao relógio.

durante 1 s. A mola é libertada e comunica simultaneamente um impulso aos dois relógios através de uma engrenagem diferencial (diferencial motor), que permite fornecer energia aos relógios que estão a funcionar com ritmos diferentes, sem os alterar, enquanto recebem o mesmo binário motor regenerador do seu movimento.

Na ponta inferior da extremidade de cada pêndulo está montada uma bobina solenoidal com um grande número de espiras (cerca de  $1,3 \text{ k}\Omega$  de resistência), designada por bobina *shunt*.

Essas bobinas,  $L_{v1}$  e  $L_{v2}$ , estão ligadas em série conjuntamente com uma resistência  $R_2$  de  $10 \text{ k}\Omega$  e ainda a bobina  $L_{v3}$  com cerca de  $28 \Omega$ . Esta série é alimentada diretamente com a tensão contínua da rede (220 V DC, no caso do nosso contador), consumindo uma corrente essencialmente constante de  $17,4 \text{ mA}$ , o que dá uma potência de consumo de cerca de  $3,83 \text{ W}$ . O motor de impulso, que energiza os relógios compensando as suas perdas, tem uma resistência interna de  $915 \Omega$  e tem uma resistência  $R_1$  em série. Estimando que atua cerca de 1 s, com um período de atuação de 30 s, obtém-se uma potência consumida de cerca de  $1,8 \text{ W}$ . No total, o contador consome cerca de  $5,6 \text{ W}$ , mas este consumo fica a cargo do distribuidor de energia, dado o modo como as ligações estão feitas.

Por baixo de cada pêndulo há uma bobina fixa  $L_{i1}$  (em série com a do outro pêndulo,  $L_{i2}$ ), realizadas com fio muito grosso por onde passa a corrente  $I$ , ( $20 \text{ A}$  no nosso caso), mas que pode ser uma fração da corrente de carga se uma resistência shunt externa for associado ao contador (paralelo com a série  $L_{v1}$  e  $L_{v2}$ ).

Durante a oscilação dos pêndulos, os campos magnéticos das bobinas *shunt* e série interagem acrescentando/reduzindo a força  $F_m$  à força gravitacional que atua sobre os pêndulos e, portanto, aumentam ou diminuem a sua frequência de oscilação proporcionalmente à tensão e à corrente ao longo da duração de uma oscilação completa.

As polaridades de excitação das bobinas são arranjadas, por um comutador síncrono, de forma que quando um relógio ganha tempo, o outro perde tempo, fazendo com que a diferença instantânea entre as frequências de oscilação dos pêndulos seja proporcional à potência elétrica instantânea. Outra engrenagem diferencial (o *diferencial de registo*) é ligada entre os dois trens de engrenagens do relógio, disposta neste caso para produzir a diferença em vez da soma. É ela que opera o trem de engrenagens de registo, movimentando os contadores digitais do mostrador, integrando a potência para mostrar os dígitos correspondentes à energia total consumida pelo utilizador.

### Correção de erros no contador de Aron do Museu Faraday

De seguida referem-se alguns métodos de correção de erros presentes no contador do Museu Faraday.

Os relógios estão regulados para operar com ritmos diferentes na ausência de carga. Esse procedimento minimiza a tendência usual de os relógios se sincronizarem com cargas baixas (e, portanto, falharem no registo de valores) pela transmissão de impulsos de binário através das engrenagens diferenciais que tenderiam a retardar o relógio mais rápido e a acelerar o mais lento de modo a eles se sincronizarem. A diferença nos ritmos é explicada por uma diferença nas relações de transmissão entre os trens em movimento e as rodas planetárias ligadas ao diferencial de registo.

O contador dispõe de um mecanismo cancelador de qualquer erro de ritmo estático. Este cancelador obriga a que a polaridade das bobinas *shunt*,  $L_{v1}$  e  $L_{v2}$ , seja invertida frequentemente por um comutador

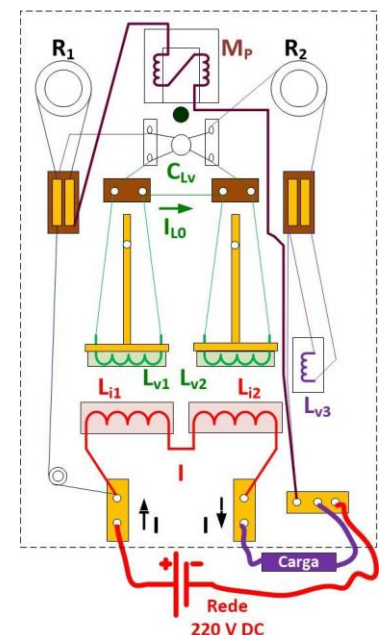


Fig. 13 – Esquema de ligações do contador Aron.

$L_{i1}$  e  $L_{i2}$  – bobinas de corrente,  $R \cong 0\Omega$ ;  
 $L_{v1}$  e  $L_{v2}$  – bobinas de tensão,  $R = 1,3 \text{ k}\Omega$ ;  
 $L_{v3}$  – bobina de compensação,  $R = 28 \Omega$ ;  
 $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ;  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ;  
 $M_p$  = motor de pulso,  $R = 915 \Omega$ ;  
 $C_{LV}$  = comutador periódico de  $L_{v1}$  e  $L_{v2}$ .

elétrico após um número total fixo de oscilações do pêndulo, sendo a direção do trem de registo mecânico simultaneamente invertida em relação ao diferencial de registo. Assim, como cada movimento do relógio serve igualmente nas funções de 'ganho' e 'perda' de ritmo, qualquer erro de ritmo estático acumulado durante um período é automaticamente subtraído durante o próximo, enquanto a integração do consumo de energia continua a ser feita de forma perfeita.

A bobina  $L_{V3}$  é percorrida pela corrente derivada da tensão  $U$ , que também percorre as bobinas  $L_{V1}$  e  $L_{V2}$  e tem um mecanismo de ajuste da sua posição, que deve servir para fazer uma calibração fina do contador.

A inversão de direção ocorre aproximadamente a cada dez minutos sob o controle de um mecanismo de escape ligado ao diferencial motor, fornecendo simultaneamente uma indexação de meia volta do comutador e trocando uma roda extra para dentro ou para fora do acionamento do trem de registo.

### Anexo – Pendulando

A equação do pêndulo envolve alguma matemática complicada que, no entanto, fica simples pelas aproximações que se podem fazer quando as oscilações do pêndulo são pequenas em torno da posição de equilíbrio,  $\Theta = 0$ . Aron usou a aproximação linear do período do pêndulo de [Christiaan Huygens](#),

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} .$$

Foi Galileu (1564-1642) que, em 1602, observou experimentalmente que o período de oscilação de um pêndulo mecânico não dependia da amplitude das oscilações nem da massa pendurada. Esta afirmação é aproximadamente verdadeira para pequenas oscilações. Só 57 anos depois, em 1659, o matemático e físico holandês Christiaan Huygens (1629-1695), estabeleceu a formulação correta das leis do pêndulo simples, ao demonstrar matematicamente que só no caso de a trajetória ser cicloidal<sup>9</sup> é que o período do pêndulo é independente de sua amplitude de oscilação. Huygens determinou a relação entre o tempo de queda de um corpo ao longo de uma cicloide e o tempo da sua queda ao longo do diâmetro do círculo gerador da cicloide. De posse dessa relação, obteve pela primeira vez a expressão para o período  $T$  (metade do tempo de uma oscilação completa) de um pêndulo simples com ângulo inicial de deslocamento  $\Theta_0$  e, a partir dela, determinou o valor da aceleração da gravidade, ou seja:  $g = 9,806$  m/s.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \left( 1 + \frac{\theta_0^2}{16} + \frac{11\theta_0^4}{3072} + \dots \right)$$

### Referências

Neste trabalho foram usadas várias referências bibliográficas, mas, sem dúvida, a informação mais relevante sobre a vida de Hermann Aron foi divulgada pelo [Prof. Shaul Katzir](#), na obra:

Shaul Katzir – “From academic physics to invention and industry: the course of Hermann Aron’s (1845 – 1913 ) career” - Max Planck Institute for the History of Science (Preprint 370).

<http://www.electrokinetica.org/d1/4/1.php>

### Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Carlos Fernandes o cuidado tido na revisão deste documento. Agradeço a ajuda dos voluntários do Museu Faraday, nomeadamente: Jorge Amarante, Albano Santos e Rui Louro, na preservação e instalação deste notável contador de energia, o contador de Aron, e na elaboração do painel de contadores

<sup>9</sup> - Curva gerada por um ponto situado sobre um círculo que se desloca ao longo de uma linha reta.



de energia. Uma referência especial para o Prof. Pinto de Sá do IST que me recordou a enorme importância do método de Aron, referido na página 3, e que acabei por reforçar.

**Anexo- Alguns detalhes do contador Aron**

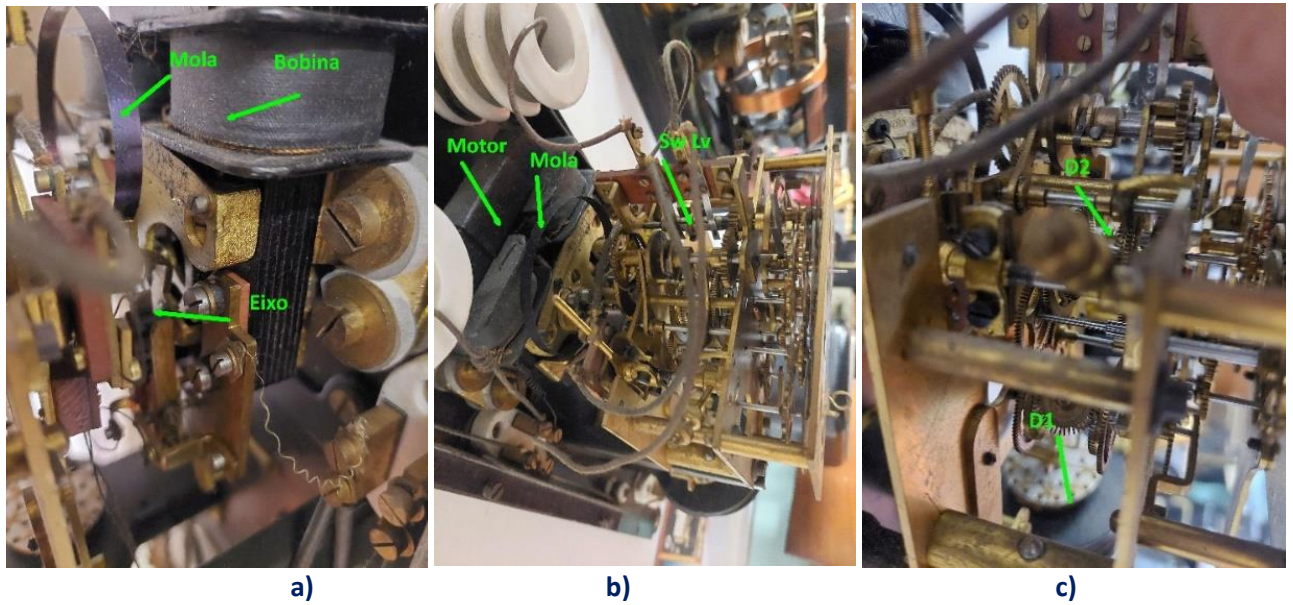


Fig. 14 – Detalhes do mecanismo de relojoaria.

a) - Motor de pulso; b) - Motor e Comutador de  $L_{v1}$  e  $L_{v2}$  (SwLv); c) - Diferenciais de movimentos.

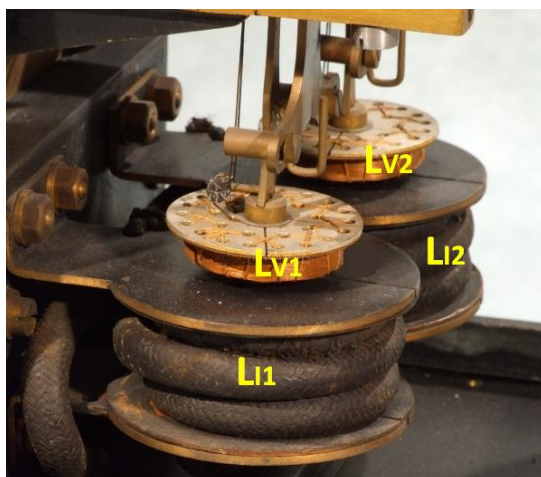


Fig. 15 – Detalhes das bobinas  $L_i$  e  $L_v$ .